

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**ESCOLA POLITÉCNICA**

90

**Teste de Heterogeneidade como Método de  
Otimização de Protocolos de Amostragem**

Italo Koji Koyama

EPMI  
TF-2009  
K849t

São Paulo  
2009

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**ESCOLA POLITÉCNICA**

**Teste de Heterogeneidade como Método de  
Otimização de Protocolos de Amostragem**

Trabalho de Formatura do curso de  
graduação do Departamento de Engenharia  
de Minas e de Petróleo.

Área de Concentração:  
Engenharia Mineral

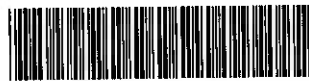
Orientadora:  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Carolina Chierigati

São Paulo  
2009

TF-2009  
K 849L  
-Lpms 1825352

M2009L

**DEDALUS - Acervo - EP-EPMI**



31700005912

Aos meus pais e irmãos, por todo  
o apoio e incentivo em todos os  
momentos de minha graduação.

## **Agradecimentos**

À Yamana Gold Inc., em especial à Engenheira Juliana Levino Pereira e ao Engenheiro Luiz Eduardo Campos Pignatari, por todo o tempo despendido a mim e por fornecerem todas as informações necessárias ao desenvolvimento do presente trabalho.

À minha orientadora Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Carolina Chieregati, pelo esforço, apoio e dedicação em todos os momentos de minha graduação e principalmente neste final de curso.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, pela contribuição no meu aprendizado não somente de caráter técnico, mas também humano.

Aos meus colegas de curso, que compartilharam momentos difíceis mas proveitosos de minha vida, contribuindo também no meu crescimento como pessoa.

Aos meus amigos, por estarem sempre presentes, mesmo nas horas difíceis dessa longa jornada de graduação.

Aos meus irmãos, Victor e Regina, por me apoiarem em todos os momentos de minha vida.

E, principalmente aos meus pais, Eliza e Kow, por existirem e por fornecerem educação e valores que levarei para toda a minha vida.

## **TESTE DE HETEROGENEIDADE COMO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE PROTOCOLOS DE AMOSTRAGEM**

Italo Koji Koyama  
E-mail: italo.koyama@gmail.com

### **RESUMO**

Amostragem é uma atividade realizada em diversas etapas de qualquer empreendimento mineiro, e tem como objetivo reduzir a massa de um lote sem inserir mudanças significativas em suas propriedades. Mesmo que todos os procedimentos que compõem um processo de amostragem sejam considerados ideais, existe um erro que nunca pode ser anulado: o erro fundamental. O erro fundamental de amostragem se baseia no fato de que nenhuma ocorrência mineral pode ser considerada homogênea, ou seja, a própria heterogeneidade da constituição do mineral é responsável pela geração de um erro no processo de amostragem. O presente trabalho analisa o protocolo de amostragem de uma mina de ouro na Argentina, tendo em vista o desvio padrão gerado pela heterogeneidade constitucional do minério, e sugere um novo protocolo de amostragem baseado na estimativa de sua heterogeneidade.

**PALAVRAS-CHAVE:** amostragem; heterogeneidade; otimização.

### **ABSTRACT**

Sampling is an activity performed in several stages of any mining project, and aims to reduce the mass of a lot without inserting significant changes in their properties. Even if all sampling procedures can be considered ideal, there is an error that never cancels: the fundamental error. The fundamental sampling error is based on the fact that no mineral occurrence is considered homogeneous, i.e., the heterogeneity of the mineral constitution itself is responsible for generating an error in the sampling process. This paper examines the sampling protocol of a gold mine in Argentina, considering the fundamental error generated by the constitutional heterogeneity of the material, and suggests a new sampling protocol based on the estimation of its heterogeneity.

**KEY-WORDS:** sampling; heterogeneity; optimization.

## Glossário de Variáveis

$\mu$	-	Valor médio de uma variável aleatória
$\sigma^2$	-	Variância de uma população
$\sigma$	-	Desvio padrão de uma população
$s^2$	-	Variância da amostra de uma população
$s$	-	Desvio padrão da amostra de uma população
$FE$	-	Erro fundamental em um processo de amostragem
$DE$	-	Erro de delimitação
$EE$	-	Erro de extração
$SE$	-	Erro de amostragem
$PE$	-	Erro de preparação
$TE$	-	Erro total de amostragem
$CH_L$	-	Heterogeneidade constitucional de um lote $L$
$DH_L$	-	Heterogeneidade distribucional de um lote $L$
$IH_L$	-	Fator constante de heterogeneidade constitucional de um lote $L$
$EST\ IH_L$	-	Estimativa do fator constante de heterogeneidade constitucional de um lote $L$
$a_i$	-	Teor de um fragmento $i$
$a_L$	-	Teor de um lote $L$
$h_i$	-	Heterogeneidade carregada por um fragmento $i$
$M_i$	-	Massa de um fragmento $i$
$M_T$	-	Massa média de fragmento em um lote $L$
$N_F$	-	Número de fragmentos que compõe um lote $L$
$\alpha$	-	Índice para frações consideradas pelo fator tamanho
$\beta$	-	Índice para frações consideradas pelo fator densidade
$\lambda$	-	Densidade
$f$	-	Fator forma
$g$	-	Fator granulometria
$d$	-	Diâmetro da amostra (na maior parte dos casos, $d_{95}$ )
$c$	-	Fator mineralogia
$l$	-	Fator liberação
$a_q$	-	Teor do conjunto de fragmentos coletados
$a_Q$	-	Teor da faixa granulométrica dos fragmentos coletados
$M_q$	-	Massa do conjunto de fragmentos coletados
$M_Q$	-	Massa da faixa granulométrica dos fragmentos coletados
$v_q$	-	Volume ocupado por um fragmento
$Q$	-	Número de fragmentos coletados
$p$	-	Número de grupos de fragmentos coletados
$M_S$	-	Massa de amostra retirada de um lote $L$
$M_L$	-	Massa de amostra do lote $L$

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>1</b>
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>1</b>
3.1. CONCEITOS DE ESTATÍSTICA.....	1
3.2. CONCEITOS DE AMOSTRAGEM .....	2
3.3. AMOSTRAGEM DE METAIS PRECIOSOS .....	3
3.4. CONCEITO DE HETEROGENEIDADE .....	3
3.5. DEFINIÇÃO DE HETEROGENEIDADE CONSTITUCIONAL DE UM LOTE .....	4
3.6. DEFINIÇÃO DO FATOR CONSTANTE DE HETEROGENEIDADE CONSTITUCIONAL .....	4
<i>Fator forma</i> .....	5
<i>Fator granulometria</i> .....	5
<i>Fator diâmetro</i> .....	5
<i>Fator mineralogia</i> .....	5
<i>Fator liberação</i> .....	6
3.7. MÉTODO DE ESTIMATIVA INDIRETA DO FATOR CONSTANTE DE HETEROGENEIDADE CONSTITUCIONAL .....	6
<b>4. DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>7</b>
<b>5. TRATAMENTO DOS DADOS OBTIDOS .....</b>	<b>9</b>
<b>6. ANÁLISE DO PROTOCOLO ATUAL E PROPOSIÇÃO DE UM NOVO PROTOCOLO .....</b>	<b>11</b>
6.1. ANÁLISE DO PROTOCOLO ATUAL DE AMOSTRAGEM .....	11
6.2. PROPOSIÇÃO DE NOVO PROTOCOLO DE AMOSTRAGEM .....	12
6.3. OUTROS PROTOCOLOS DE AMOSTRAGEM CONSIDERADOS .....	13
<b>7. CONCLUSÕES.....</b>	<b>14</b>
<b>8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>15</b>



## 1. INTRODUÇÃO

O termo amostragem surge quando, mesmo existindo possibilidade técnica, não há viabilidade de recursos para a coleta de dados de toda uma população. Por isso, a amostragem é uma ferramenta útil para reduzir o número de dados necessários para a realização de um estudo de suas propriedades. Um exemplo de amostragem é a pesquisa de intenção de votos em uma eleição, na qual não é necessário entrevistar toda a população de uma cidade para poder estimar qual será o candidato que irá ser eleito. Porém, toda amostragem é acompanhada de um desvio, mesmo que todas as medidas sejam tomadas para evitá-lo. Este desvio será nulo se, e somente se, a população considerada for inteiramente homogênea, ou seja, no exemplo dado, se toda a população votasse no mesmo candidato. Mas, percebe-se que esta é uma condição ilusória, e é fácil observar que se caso isto acontecesse, não seria necessário realizar uma pesquisa para verificar qual seria o candidato eleito. Este desvio é causado por uma característica intrínseca da população: ela é heterogênea.

O mesmo raciocínio pode ser feito na amostragem realizada em qualquer processo de um empreendimento mineiro. Os fragmentos que constituem a amostra possuem características diferentes no que se refere a tamanho, teor, forma, mineralogia etc. Esta característica é chamada de heterogeneidade constitucional e é inerente a qualquer ocorrência mineral.

A heterogeneidade constitucional é responsável, então, pelo surgimento de um erro inevitável quando se realiza um processo de amostragem: o erro fundamental. Este erro surge em todos os procedimentos de amostragem, ou seja, em todas as etapas em que há retirada de uma alíquota de um grupo considerado heterogêneo, independentemente dos cuidados tomados na execução da amostragem.

Portanto, o conhecimento da heterogeneidade constitucional de uma amostra é de extrema importância para a criação e revisão de protocolos de amostragem, de forma a fornecer dados confiáveis, com valores reduzidos de desvios gerados pelo erro fundamental.

## 2. OBJETIVOS

O trabalho apresentado a seguir tem como principal objetivo analisar e quantificar a heterogeneidade de um minério de ouro através de um método prático, e a partir desta quantificação, analisar o protocolo de amostragem de um empreendimento mineiro, tendo em vista o erro fundamental devido à sua heterogeneidade. Com base nesta quantificação, um novo protocolo de amostragem será proposto visando diminuir o erro de amostragem e, assim, aumentar a confiabilidade dos dados utilizados na estimativa do teor da jazida.

## 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1. Conceitos de Estatística

O termo “Statistik” foi utilizado pela primeira vez pelo professor alemão Achenwall, em 1748. Em 1843, Cournot definiu Estatística como “uma ciência que objetiva coletar e coordenar diversos fatos dentro de uma dada categoria de eventos, obtendo, assim, efeitos quantificados improváveis de acontecerem apenas por acaso.” Os conceitos estatísticos são necessários para a compreensão, o desenvolvimento e o uso da teoria da amostragem, pois eles fornecem informações que não poderiam ser previstas de outra maneira; além disto, eles podem ligar a teoria à realidade.

Na teoria da probabilidade e na estatística, a variância de uma variável aleatória é uma medida da sua dispersão estatística, indicando quão longe em geral os seus valores se encontram do valor esperado. Se  $\mu = E(X)$  é o valor esperado (média) da variável aleatória  $X$ , então a sua variância é dada por  $var(X) = E((X - \mu)^2)$ . Isto é, é o valor esperado do quadrado do desvio de  $X$  da sua própria média. A variância da variável aleatória  $X$  é geralmente designada por  $var(X)$ ,  $\sigma_X^2$ , ou simplesmente por  $\sigma^2$ . Em estatística a variância de uma população  $y_i$ , onde  $i = 1, 2, \dots, N$ , é dada por:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2 \quad (3.1)$$

Por muitas vezes, trabalhar com um espaço amostral de toda população despende muitos recursos, fazendo com que, para facilitar os cálculos, apenas uma parte desta população seja utilizada para a análise de suas propriedades. Dada uma população usando  $n$  amostras aleatórias  $x_i$ , onde  $i = 1, 2, \dots, n$ , a variância da amostra da população é dada por:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.2)$$

onde  $\bar{x}$  é a média da população amostrada.

Como a medida da variância tem a dimensão do quadrado do valor medido, a definição de sua raiz quadrada, o desvio padrão, é adequada para analisar a variação na qual a população, ou uma amostra dela, é submetida:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.3)$$

### 3.2. Conceitos de Amostragem

O conceito de amostragem pode ser entendido como um processo de redução do número de dados a partir de um conjunto maior, de modo a facilitar o trabalho de análise destes dados. Porém, esta redução é sempre acompanhada pela geração de um erro, chamado de erro de amostragem. Segundo GY (1998), o único objetivo da amostragem é reduzir a massa de um lote, sem inserir mudanças significativas em suas propriedades.

A Teoria de Amostragem, desenvolvida por Pierre Gy, é construída com base no conceito de que, se um número suficiente de unidades representativas de uma população é selecionado sem enviesamento, o valor médio das unidades irá se aproximar daquele da população total (Yamamoto, 1992).

Uma amostra nunca apresentará características idênticas àquelas do material de onde foi retirada, a não ser que esta seja composta por um material completamente homogêneo. Este fato se deve aos erros de amostragem que surgem no decorrer das operações e que resultam, unicamente, da existência de heterogeneidade em um lote de material. O objetivo da teoria de amostragem é “controlar” esses erros, analisando suas propriedades em função do processo de retirada de amostras e do material amostrado, e indicando os equipamentos e procedimentos que possibilitem eliminá-los ou, ao menos, minimizá-los.

Com a exceção dos erros acidentais, tais como os erros de preparação (*PE*), que afetam a integridade da amostra, todos os outros erros de amostragem são variáveis aleatórias, caracterizadas por uma dada média (diferente ou não de zero) e uma dada variância (diferente de zero). Quando falamos sobre erros aleatórios (média igual a zero e variância diferente de zero) e sobre erros sistemáticos (variância igual a zero e média diferente de zero) é apenas por conveniência. Na realidade, todos os erros, tais como o erro fundamental (*FE*), o erro de delimitação (*DE*), o erro de extração (*EE*) etc., têm dois componentes: (1) um componente aleatório caracterizado unicamente pela variância e (2) um componente não-aleatório caracterizado unicamente pela média.

De fato, a variância e a média de um erro são fisicamente complementares, mesmo sendo propriedades diferentes. Desta maneira, quando diversas variáveis aleatórias, tais como *FE*, *DE*, *EE* etc., são independentes em probabilidade, elas também são cumulativas, o que justifica escrever as seguintes relações:

1. Se esses erros ocorrem independentemente:  
 $TE = FE + DE + EE + \dots$   
 onde *TE* é o erro total de amostragem.
2. Para a média desses erros:  
 $m(TE) = m(FE) + m(DE) + m(EE) + \dots$
3. Para a variância desses erros:  
 $s^2(TE) = s^2(FE) + s^2(DE) + s^2(EE) + \dots$

Uma amostra é dita correta, quando todos os fragmentos de um lote possuem a mesma probabilidade de seleção. Garantida esta condição, pode-se dizer que a amostra não está enviesada, ou seja, ela é acurada. Quando uma amostra é coletada por um método de seleção que seja tanto acurado quanto preciso (reproduzível), ela é considerada

representativa. O conceito de representatividade pode ser expresso, então, pela união dos conceitos de precisão com os de acurácia, mas, no entanto, não se deve confundir os dois conceitos.

Dentro do contexto de amostragem, precisão se refere à dispersão dos resultados de uma amostragem ao redor de sua média, independentemente de a diferença entre a média das amostras e a média real do lote de material do qual elas foram retiradas ser zero ou diferente de zero. Acurácia é independente da precisão e se refere a quão próximo o valor médio das amostras está do valor médio real do lote, independentemente da dispersão dos resultados em torno do seu valor médio. A FIGURA 3.1 a seguir ilustra melhor os conceitos de precisão e acurácia. Considere-se o centro do alvo como valor real do lote amostrado.

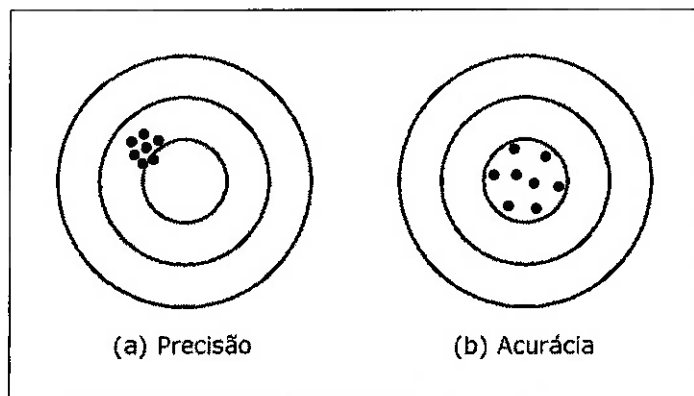


FIGURA 3.1: Conceitos de precisão e acurácia.

### 3.3. Amostragem de Metais Preciosos

Por muito tempo, problemas teóricos e, especialmente, práticos gerados pela amostragem de materiais contendo metais preciosos têm recebido uma atenção enorme por muitos especialistas. O principal motivo desta atenção especial se deve ao fato que pequenos teores destes metais podem envolver grandes volumes de dinheiro, e então, os erros gerados na amostragem destes metais são de extrema importância para a tomada de decisões neste ramo da mineração.

Uma das principais diferenças entre metais preciosos e os outros metais é o fato de que os primeiros são economicamente viáveis a teores muito baixos. Os metais básicos, por exemplo, são freqüentemente estimados em porcentagem, enquanto que teores de ouro, platina, paládio, e outros, são freqüentemente estimados em ppm (partes por milhão) e rejeitos de metais preciosos podem possuir teores tão baixos quanto 10ppb ( $a_L = 10^{-8}$ ).

Especificamente para a amostragem de ouro, dois outros fatores devem ser considerados:

- A densidade do ouro é elevadíssima ( $\lambda_{Au} = 19,3$ ), o que promove uma forte segregação da amostra assim que as partículas de ouro são liberadas;
- As partículas de ouro não cominuem bem devido à sua baixíssima dureza, podendo criar finos filmes de ouro nos equipamentos envolvidos na amostragem.

Desta forma, o processo de amostragem de ouro é muito importante para o sucesso de qualquer empreendimento envolvendo este metal, e erros neste processo podem fazer com que jazidas possam ser tanto subestimadas quanto superestimadas. Tanto a subestimação quanto a superestimação de jazidas podem ter conseqüências perigosíssimas para o empreendimento mineiro.

### 3.4. Conceito de Heterogeneidade

O conceito de heterogeneidade *versus* homogeneidade é, de certa forma, relativo. Se olharmos um deserto a partir de uma foto aérea, uma pilha de areia pareceria homogênea. No entanto, percebemos que à medida que nos aproximamos, e a observamos com uma lupa, percebemos que a homogeneidade já não existe. Observamos que os grãos de areia não são tão parecidos, pois podemos classificá-los de acordo com muitos parâmetros: cor, forma, composição, dureza, densidade etc.

De certa forma, pode-se dizer que homogeneidade é a condição de heterogeneidade zero, ou seja, uma condição limite para a heterogeneidade. Para qualquer estudo de amostragem, deve-se desconsiderar a concepção de homogeneidade, pois ela pode levar a considerações otimistas perigosas. Para medir a heterogeneidade de um lote de material, deve-se diferenciá-la em duas categorias: heterogeneidade constitucional e heterogeneidade distribucional.

A heterogeneidade constitucional ( $CH_L$ ) se baseia nas propriedades fundamentais dos fragmentos de um lote, quando observados individualmente. Por definição, o valor nulo de heterogeneidade constitucional seria representado por um lote de fragmentos idênticos em forma, tamanho, densidade etc. Assim, uma amostra coletada de um lote é afetada por um erro especificamente relacionado à heterogeneidade constitucional ( $CH_L$ ) do lote, chamado de erro fundamental ( $FE$ ). A importância deste erro pode ser secundária para a maior parte dos minérios, porém, ela se torna maior para os minerais de menor teor, e é de extrema relevância na amostragem de metais preciosos e elementos-traço.

A heterogeneidade distribucional ( $DH_L$ ) não se baseia na heterogeneidade de cada fragmento individual que compõe o lote, mas sim na composição deste lote em uma série de grupos, formados por um certo número de fragmentos vizinhos. Por definição, pode-se dizer que um lote possui uma distribuição homogênea quando todos os grupos ou sub-séries de fragmentos têm a mesma composição média, e, caso contrário, o lote possui uma distribuição heterogênea.

### 3.5. Definição de Heterogeneidade Constitucional de um Lote

Ao observar a heterogeneidade constitucional de fragmentos que compõem um lote, dois parâmetros se destacam quando se deseja avaliar sua constituição: teor e massa. Considerando que o teor de um fragmento  $i$  é dado por  $a_i$ , e o teor médio de um lote  $L$  é dado por  $a_L$ , é fácil verificar que um material homogêneo é dado por  $a_i = a_L$ , e a heterogeneidade  $h_i$  de um fragmento é proporcional à diferença  $a_i - a_L$ . Devido à conveniência de se utilizar fatores relativos e adimensionais, pode-se dizer que  $h_i$  é proporcional a  $(a_i - a_L)/a_L$ . Devemos considerar que dentre estes dois parâmetros, um é qualitativo e quantitativo (teor  $a_i$ ) e o outro é essencialmente quantitativo (massa  $M_i$ ). Na escala do lote  $L$ , a flutuação gerada por um fragmento  $F_i$  é função crescente de sua massa  $M_i$ ; portanto  $h_i$  é proporcional ao produto  $(a_i - a_L)M_i$ , e seu valor relativo e adimensional é proporcional a  $(a_i - a_L)M_i/a_L M_T$ . Assim, a heterogeneidade  $h_i$  carregada por um fragmento  $F_i$  dentro de um lote  $L$  é definida como:

$$h_i = \frac{(a_i - a_L)}{a_L} \cdot \frac{M_i}{M_T} = N_F \frac{(a_i - a_L)}{a_L} \cdot \frac{M_i}{M_T} \quad (3.4)$$

onde  $M_T$  é a massa média dos fragmentos que compõe o lote,  $M_L$  é a massa total do lote, e  $N_F$  é o número de fragmentos que compõe o lote. É importante ressaltar que o cálculo da heterogeneidade  $h_i$  envolve apenas parâmetros intrínsecos dos fragmentos, independentemente do tamanho do lote considerado. Pode-se então definir que a heterogeneidade constitucional ( $CH_L$ ) de um lote  $L$  é um valor relativo e adimensional definido pela variância das heterogeneidades  $h_i$ , dos  $N_F$  fragmentos  $F_i$  que compõe o lote:

$$CH_L = s^2(h_i) = \frac{1}{N_F} \sum_i h_i^2 = N_F \sum_i \frac{(a_i - a_L)^2}{a_L^2} \cdot \frac{M_i^2}{M_T^2} \quad (3.5)$$

### 3.6. Definição do Fator Constante de Heterogeneidade Constitucional

A heterogeneidade constitucional definida na Equação 3.5 apresentada anteriormente não é facilmente calculada na maior parte dos casos reais, principalmente pela dificuldade de se estimar o número de fragmentos  $N_F$ , que usualmente é um número muito grande. Para poder utilizar a definição de heterogeneidade constitucional, é necessário poder calculá-la para todos os casos, mesmo utilizando algumas aproximações, caso haja necessidade. Essa utilização pode se viabilizar multiplicando  $CH_L$  pelo termo  $M_L/N_F$ , que nada mais é que a massa média  $M_T$  de um fragmento. Portanto, o fator constante de heterogeneidade constitucional  $IH_L$  pode ser definido conforme a seguinte relação:

$$IH_L = CH_L \cdot \frac{M_L}{N_F} = CH_L \cdot M_T = \sum_i \frac{(a_i - a_L)^2}{a_L^2} \cdot \frac{M_i^2}{M_L} \quad (3.6)$$

Nota-se que, diferentemente da heterogeneidade constitucional  $CH_L$ , o fator constante de heterogeneidade constitucional  $IH_L$  possui dimensão de massa, e sua determinação só é possível através da aproximação da massa média  $M_T$  poder ser definida pela relação  $M_L/N_F$ .

Freqüentemente observa-se que há uma forte correlação entre o teor de um fragmento com sua densidade, enquanto que a correlação entre o teor com seu tamanho normalmente não é tão importante. Analisando a Equação 3.6 sob dois aspectos distintos, sendo  $\alpha$  baseado no tamanho, e  $\beta$  baseado na densidade, pode-se reescrevê-la como:

$$IH_L = \sum_{\alpha} v_{\alpha} \sum_{\beta} \lambda_{\beta} \frac{(a_{\alpha\beta} - a_L)^2}{a_L^2} \cdot \frac{M_{L\alpha\beta}}{M_L} \quad (3.7)$$

Partindo da hipótese que o teor normalmente varia muito mais para diferentes densidades do que para diferentes tamanhos, os valores de  $a_{\alpha\beta}$  podem ser substituídos pelos valores de  $a_{\beta}$ , e assim obter a seguinte Equação:

$$IH_L = \left( \sum_{\alpha} v_{\alpha} M_{L\alpha} / M_L \right) \left( \sum_{\beta} \lambda_{\beta} \frac{(a_{\beta} - a_L)^2}{a_L^2} \cdot \frac{M_{L\beta}}{M_L} \right) \quad (3.8)$$

onde, para efeitos de simplificação, chamaremos de  $X$  o primeiro fator entre parênteses, e de  $Y$  o segundo fator:

$$IH_L = XY \quad (3.9)$$

O fator  $X$  é relativo à fração tamanho  $\alpha$ , enquanto que  $Y$  é relativo à fração densidade  $\beta$ . O fator  $X$  é composto pela multiplicação de três fatores: fator forma, fator granulometria e fator diâmetro, enquanto que o fator  $Y$  é composto pela multiplicação de outros dois fatores: fator mineralogia e fator liberação.

**Fator forma:** o fator forma pode ser encarado como um fator de cubicidade, onde  $f = 1$  quando todos os fragmentos são cubos perfeitos, e:

- $f = 0,523$  para fragmentos esféricos;
- $f = 0,1$  para minerais laminares;
- $f = 0,2$  para materiais moles e submetidos a tensões mecânicas;
- $f > 1$  para minerais aciculares.

**Fator granulometria:** o fator granulometria é a relação entre a massa na granulometria do lote  $L_{\alpha}$  e a massa total do lote, onde  $g = 1$  para um material perfeitamente calibrado, e:

- $g = 0,25$  para materiais não calibrados, como por exemplo, material proveniente de um britador;
- $g = 0,55$  para materiais calibrados, como por exemplo, material proveniente de duas telas consecutivas de um peneiramento;
- $g = 0,75$  para materiais naturalmente calibrados, como por exemplo, cereais.

**Fator diâmetro:** o fator diâmetro  $d$  é definido como a abertura da malha quadrada que retém não mais que 5% do material em consideração, ou seja o  $d_{95}$ .

**Fator mineralogia:** o fator mineralogia  $c$  é definido como o valor máximo do fator  $Y$ . Supondo-se que o material é composto por apenas dois constituintes totalmente liberados, então pode-se chamar de  $L_M$  a fração contendo o puro mineral de densidade  $\lambda_M$ , enquanto a fração de ganga é chamado de  $L_g$  de densidade  $\lambda_g$ , e assim:  $a_M = 1$ ,  $a_g = 0$ , e  $\frac{M_M}{M_L} = a_L$ . Assim, o fator mineralogia  $c$  pode ser definido como:

$$c = Y_{max} = \lambda_M \frac{(1 - a_L)^2}{a_L} + \lambda_g (1 - a_L) \quad (3.10)$$

Fator liberação: o fator liberação  $l$  é caracterizado como  $l = 0$  para materiais perfeitamente homogêneos, e o valor de  $l = 1$  para situações quando o mineral de interesse está completamente liberado, mas, obviamente, a maior parte dos materiais podem ser classificada de acordo com o grau de heterogeneidade:

- $l = 0,8$  para materiais muito heterogêneos;
- $l = 0,4$  para materiais heterogêneos;
- $l = 0,2$  para materiais medianos;
- $l = 0,1$  para materiais homogêneos;
- $l = 0,05$  para materiais muito homogêneos.

Desta forma, a Equação 3.9 pode ser escrita conforme seus fatores acima definidos:

$$IH_L = clfgd^3 \quad (3.11)$$

### 3.7. Método de Estimativa Indireta do Fator Constante de Heterogeneidade Constitucional

O método de cálculo do fator constante de heterogeneidade  $IH_L$  descrito no item anterior pode apresentar certas dificuldades na definição dos valores de seus fatores de forma, granulometria, diâmetro, mineralogia e liberação do material em questão. Quando estes valores são difíceis de estimar, Pitard (1993) recomenda um método indireto de estimativa de  $IH_L$ , baseado na Equação 3.8.

A densidade  $\lambda_B$  do fator  $Y$  no cálculo de  $IH_L$  pode ser substituída pela relação  $M_q/v_q$ , resultando em um estimador  $EST Y$ , considerando que cada fragmento é parte de uma classe bem definida de densidade:

$$EST Y = \sum \frac{(a_q - a_Q)^2}{v_q a_Q^2} \frac{M_q^2}{M_Q} \quad (3.12)$$

O fator  $X$  observado na Equação 3.9 é composto pela multiplicação  $X = f \cdot g \cdot d^3$ , onde uma boa aproximação para o volume pode ser dado por  $v_q = f \cdot d^3$ , e assim, uma estimativa de  $IH_L$  pode ser escrito como:

$$EST IH_L = (EST X)(EST Y) = (g \cdot v_q) \left( \sum \frac{(a_q - a_Q)^2}{v_q a_Q^2} \frac{M_q^2}{M_Q} \right) \quad (3.13)$$

Observa-se que os volumes individuais  $v_q$  podem ser suprimidos da Equação 3.13, resultando na Equação 3.14, bastante útil em termos práticos:

$$EST IH_L = g \sum \frac{(a_q - a_Q)^2}{a_Q^2} \frac{M_q^2}{M_Q} \quad (3.14)$$

O método indireto de estimativa de  $IH_L$  consiste na extração de um número  $Q$  de fragmentos, coletados aleatoriamente, de uma fração granulométrica do material investigado. Para minerais de teores maiores, utiliza-se  $Q \geq 50$ , mas para metais preciosos,  $Q \geq 100$ . Deve-se pesar estes  $Q$  fragmentos, anotando a sua massa  $M_q$ , e encaminhar cada uma delas à análise química, resultando no teor  $a_q$ . Calcular a massa total  $M_Q$  submetida ao teste, e calcular o seu teor médio  $a_Q$ , e assim, utilizar a Equação 3.14 para calcular o valor de  $EST IH_L$  para cada fração granulométrica.

Na maioria dos casos, um protocolo de amostragem é composto por um ou mais estágios de cominuição, conseqüentemente, deve-se repetir o procedimento para outras faixas granulométricas para verificar a variação do  $EST IH_L$  de acordo com a granulometria do material ensaiado. Deve-se atentar à massa final de cada grupo de amostras, para que esta seja suficiente para a realização do procedimento de análise química. No trabalho em consideração, houve a necessidade de aumentar o número de fragmentos coletados para as amostras de menor diâmetro, já que o procedimento de análise química necessita de uma massa mínima de amostra.

#### 4. DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS EXPERIMENTAIS

O procedimento realizado em campo consistiu na coleta de amostras de 8 furos de perfuratriz escolhidos de forma aleatória em uma mina de ouro na Argentina. Destes 8 furos de perfuratriz, foram escolhidos, também de forma aleatória, 2 sacos de 35 kg por furo de forma a obter por volta de 500 kg de material para a execução dos experimentos. Todo o material coletado foi submetido, então, ao peneiramento em 4 malhas de aberturas 12,5 mm, 6,3 mm, 2,0 mm e 1,0 mm respectivamente, para formar 3 frações granulométricas distintas: “-12,5 mm+6,3 mm”, “-6,3 mm+2,0 mm” e “-2,0 mm+1,0 mm”. Pitard (1993) sugere que o número de fragmentos  $n$  presente em cada fração granulométrica do chamado “Teste de Heterogeneidade” deve ser maior que 10 vezes o número de grupos coletados  $p$  multiplicado pelo número de fragmentos  $Q$  coletados por grupo:

$$n > 10Qp \quad (4.1)$$

Confirmado o número total de fragmentos por fração granulométrica, deve-se homogeneizar cada amostra, e então dispô-la em um local onde se possa realizar a coleta dos fragmentos de forma aleatória. Devido à existência deste número mínimo de fragmentos por amostra, o tamanho das amostras de cada fração granulométrica ficou volumoso, e assim houve a necessidade de se desenvolver um método de coleta destes fragmentos que fosse o mais aleatório possível.

O método utilizado consistiu em espalhar toda a amostra sobre uma área quadrada desenhada em uma lona, dividindo-a como uma matriz 10×10, de forma que fosse possível coletar um fragmento por quadro, formando 50 grupos, ou sub-amostras, de 100 fragmentos cada. As FIGURAS 4.1, 4.2 e 4.3 ilustram o procedimento de coletas destes fragmentos.

O próximo passo do procedimento de formação dos grupos de amostras consistiu na coleta de um fragmento por quadro da matriz, separando-os em sacos plásticos e identificando cada grupo para a realização da pesagem e subsequente análise química. No total, foram coletados 50 grupos de 100 fragmentos cada por faixa granulométrica e realizados ensaios de *fire assay*. É importante ressaltar que toda a massa de cada grupo foi submetida à análise de ouro, mesmo aquelas que possuíam massas superiores a 50 g (massa máxima para o procedimento de *fire assay*), sendo estas divididas em duas partes, e cada uma delas submetidas à análise separadamente.

A coleta de fragmentos para a fração granulométrica “-2,0 mm+1,0 mm” resultou em uma massa de material muito pequena para a realização do procedimento de análise química disponível no laboratório. Assim, o procedimento de coleta de fragmentos para esta fração granulométrica foi alterada para uma matriz 16x16 para que se pudessem coletar fragmentos suficientes para compor uma massa adequada à realização da análise química.

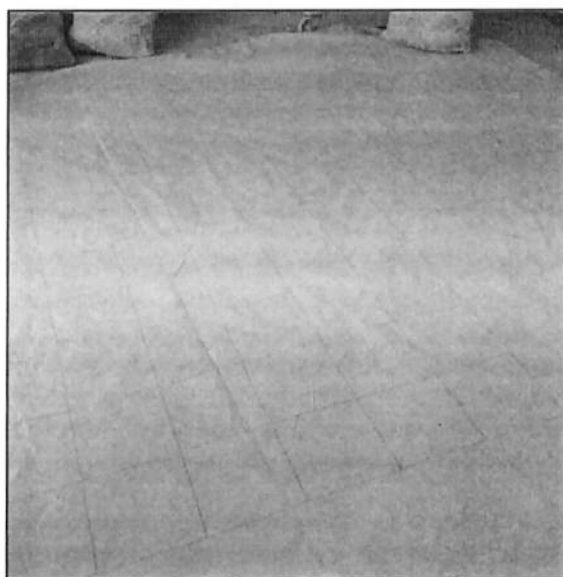
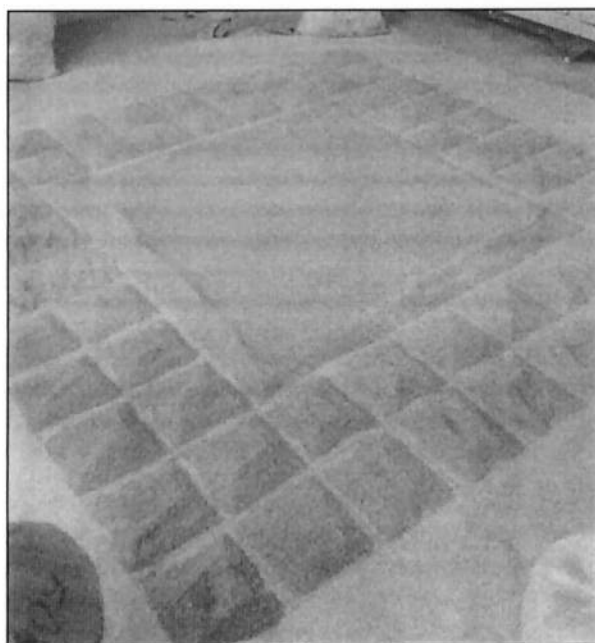


FIGURA 4.1: Matriz quadrada desenhada sobre a superfície a ser usada para a composição dos grupos de amostras.



**FIGURA 4.2:** Material espalhado sobre a superfície.



**FIGURA 4.2:** Divisão do material pela matriz.



## 5. TRATAMENTO DOS DADOS OBTIDOS

Os resultados obtidos de massa e teores de ouro para cada uma das 50 amostras das três frações granulométricas distintas são dispostos na TABELA 5.1 a seguir.

**TABELA 5.1:** Resultados da pesagem e análise química.

Fração #Amostra	-12,5 +6,3 mm		-6,3 +2,0 mm		-2,0 +1,0 mm	
	M <sub>a</sub> (g)	a <sub>a</sub> (g/t)	M <sub>a</sub> (g)	a <sub>a</sub> (g/t)	M <sub>a</sub> (g)	a <sub>a</sub> (g/t)
1	54,5	0,10	5,4	0,25	1,91	0,75
2	47,9	0,25	7,0	0,08	1,84	0,47
3	56,3	0,30	6,0	2,40	1,83	0,47
4	45,2	0,44	5,5	0,10	1,92	0,45
5	46,9	0,98	6,6	0,99	1,92	0,60
6	49,7	0,12	6,8	0,80	1,77	0,16
7	49,2	0,20	6,1	0,18	1,76	0,49
8	40,6	0,06	6,2	0,09	1,96	0,15
9	43,4	0,68	5,2	0,47	1,86	1,24
10	45,0	0,11	6,0	0,64	1,89	2,74
11	46,3	0,14	5,6	1,70	1,86	0,46
12	51,1	0,25	4,3	0,32	1,93	1,49
13	55,4	0,10	6,1	0,13	2,01	1,29
14	51,5	0,10	6,3	0,17	1,82	1,89
15	48,7	0,40	6,1	0,45	1,92	0,30
16	51,3	0,16	6,7	0,04	1,86	0,93
17	50,6	0,33	5,8	0,05	2,02	0,00
18	39,1	0,38	6,7	0,12	1,89	0,15
19	47,6	0,18	6,7	0,32	1,89	1,07
20	50,5	2,63	6,9	0,28	2,09	0,41
21	47,5	0,16	5,4	0,05	1,99	0,72
22	49,1	0,19	7,5	0,15	1,84	1,10
23	40,5	0,88	6,9	0,04	1,88	0,61
24	50,7	0,15	6,9	0,98	1,85	0,31
25	46,5	0,10	7,0	1,37	1,79	0,80
26	46,5	1,52	6,7	0,08	1,78	2,10
27	48,2	0,49	6,4	1,69	1,75	2,47
28	49,2	0,38	6,4	0,04	1,92	1,05
29	51,2	0,21	5,8	2,46	1,88	0,15
30	47,9	0,12	7,7	0,32	1,73	1,49
31	51,2	0,07	6,6	0,83	1,95	0,59
32	47,8	0,26	5,7	0,57	2,10	0,68
33	51,5	0,47	7,1	0,19	2,10	0,27
34	46,4	0,00	6,4	0,30	1,90	1,21
35	42,5	0,11	5,5	0,20	1,85	0,78
36	48,1	0,17	7,6	2,87	1,83	1,10
37	45,2	0,13	5,5	0,05	1,86	1,39
38	51,2	0,33	5,5	0,66	1,80	0,64
39	39,7	1,16	6,2	0,32	1,80	0,96
40	49,2	0,18	7,3	0,31	1,93	0,74
41	46,7	0,56	6,5	0,13	1,78	0,16
42	39,5	0,24	5,2	0,38	1,89	0,15
43	51,1	0,18	6,1	0,42	1,90	0,30
44	51,9	0,74	7,0	0,12	1,79	0,80
45	51,9	0,13	5,9	0,29	1,85	0,93
46	50,2	0,17	6,7	0,51	1,83	0,63
47	50,8	0,31	7,0	0,45	1,82	1,27
48	51,9	0,08	5,7	0,35	1,89	0,15
49	51,0	4,20	5,8	3,19	1,87	0,77
50	51,8	0,20	6,1	0,14	1,96	0,73

De posse dos resultados de pesagem e análise química de cada um dos 50 grupos de amostras, pôde-se então calcular o valor do  $EST\ IH_L$  conforme a Equação 4.1 para cada uma das frações granulométricas. O valor utilizado para o fator granulometria de  $g = 0,55$  foi sugerido pela teoria de amostragem de Gy (referente a material peneirado entre duas malhas), e os valores de  $M_Q$  e  $a_Q$  foram calculados de acordo com as seguintes fórmulas:

$$M_Q = \sum M_q \quad (5.1)$$

$$a_Q = \frac{1}{M_Q} \sum a_q M_q \quad (5.2)$$

De acordo com Pitard (1993), o resultado do Teste de Heterogeneidade permite correlacionar o diâmetro nominal da fração granulométrica com o fator constante de heterogeneidade  $EST\ IH_L$ , onde o valor do diâmetro nominal das frações granulométricas utilizadas pode ser definido conforme a Equação 5.3 a seguir:

$$d = \sqrt[3]{\frac{d_1^3 + d_2^3}{2}} \quad (5.3)$$

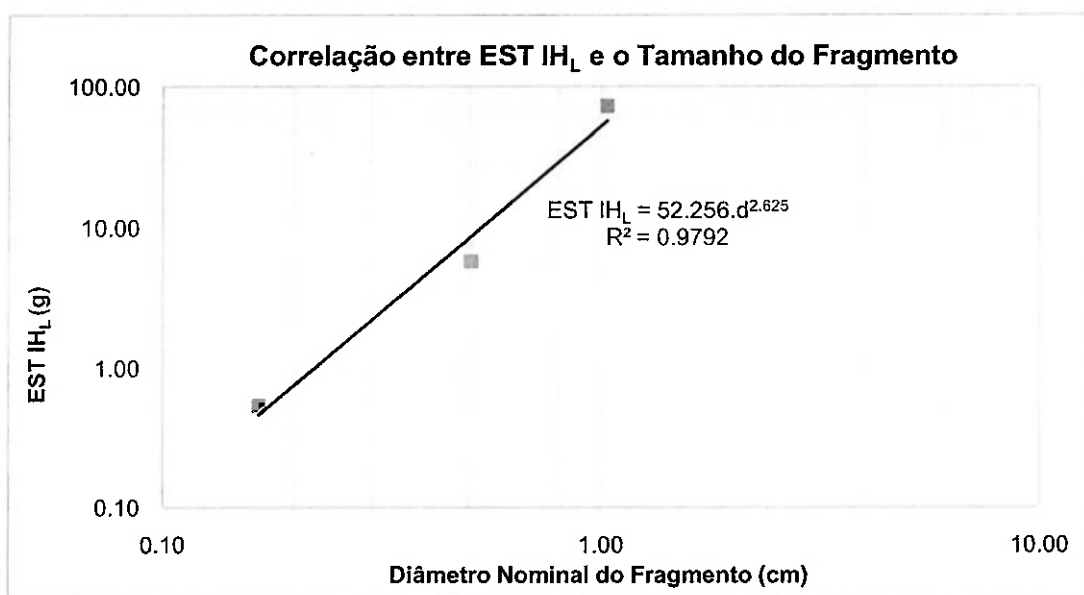
onde  $d_1$  e  $d_2$  são os valores de aberturas nominais das malhas utilizadas no peneiramento prévio das amostras.

Os valores de  $EST\ IH_L$ , para cada diâmetro nominal, foram calculados e seus resultados apresentados na TABELA 5.2 a seguir:

**TABELA 5.2:** Resultados de  $EST\ IH_L$  calculados por diâmetro nominal.

Diâmetro Nominal	1,03 cm	0,51 cm	0,17 cm
$EST\ IH_L$ (g)	72,80	5,81	0,54

O resultado pode ser então apresentado em um gráfico di-log, relacionando  $EST\ IH_L$  com seu diâmetro nominal.



**FIGURA 5.1:** Gráfico de  $EST\ IH_L$  por diâmetro nominal.

O gráfico obtido pelos resultados do Teste de Heterogeneidade fornece uma fórmula prática para a obtenção do fator constante de heterogeneidade constitucional, apresentando como única variável, o diâmetro nominal dos fragmentos que compõem a amostra:

$$EST\ IH_L = 52,256 \cdot d^{2,625} \quad (5.4)$$

A Equação 5.4 permite calcular os valores de  $EST\ IH_L$  para diferentes diâmetros, o que é uma ferramenta muito útil na avaliação de protocolos de amostragem do material em questão, já que estes são normalmente compostos por processos de quarteamento e de cominuição. Ao comparar esta equação com a fórmula de Gy apresentada na Equação 3.11, pode-se verificar que os fatores de forma, granulometria, mineralogia e liberação do material não precisaram ser estimados individualmente. A multiplicação destes fatores resultou em um único valor obtido experimentalmente: 52,256. Pode-se verificar que o expoente do diâmetro nominal encontrado pela fórmula experimental é de aproximadamente 3, valor este encontrado na mesma fórmula de Gy.

## 6. ANÁLISE DO PROTOCOLO ATUAL E PROPOSIÇÃO DE UM NOVO PROTOCOLO

A análise de um protocolo de amostragem se baseia na quantificação e conseqüente avaliação do desvio padrão gerado por esse protocolo. Como um protocolo de amostragem normalmente é composto por mais de uma etapa de cominuição e de quarteamento, deve-se calcular a variância gerada por cada uma destas etapas, e somá-las para que se possa obter o valor da variância total, e assim, o desvio padrão total deste protocolo.

Pitard (1993) recomenda um desvio padrão do erro fundamental de:

- $s_{FE} \leq \pm 0.5\%$  para amostragens comerciais
- $s_{FE} \leq \pm 5\%$  para amostragem técnica e controle de processos
- $s_{FE} \leq \pm 16\%$  para amostragens exploratórias e ambientais

Para a análise de protocolos de amostragem, a partir de amostras provenientes de furos de perfuratriz, o valor do desvio padrão total encontrado deve ser, então, menor que  $\pm 16\%$ . Este valor foi definido segundo análises de amostras replicadas, a partir das quais se observou que acima deste valor, a estimativa do teor do lote  $a_L$  começava a desobedecer a uma distribuição normal. À medida que o valor de  $s_{FE}$  aumenta, as estimativas se tendem a se tornar uma distribuição de Poisson, distanciando-se cada vez mais do valor real do teor do lote.

### 6.1. Análise do Protocolo Atual de Amostragem

O protocolo atual de amostragem se divide em 6 etapas, podendo ser classificadas em cominuição ou quarteamento. A TABELA 6.1 a seguir mostra o procedimento seqüencial do protocolo e os valores calculados para os seus desvios.

TABELA 6.1: Protocolo atual de amostragem.

Etapa	Massa Inicial (g)	Massa Final (g)	$d_{n1}$ (cm)	$d_{n2}$ (cm)	EST $IH_L$	$s^2(FE)$	s(FE) Relativo	s(FE) Absoluto
1. Coleta de Amostra	300.000	10.000	2,54	2,54	603,70	0,0584	24,2%	0,11
2. Britagem Primária	10.000	10.000	2,54	0,8	-	0	0%	0
3. Britagem Secundária	10.000	10.000	0,8	0,2	-	0	0%	0
4. Quarteamento Rotativo	10.000	500	0,2	0,2	0,76	0,0015	3,8%	0,02
5. Pulverização	500	500	0,2	0,0106	-	0	0%	0
6. Retirada de Aliquota	500	50	0,0106	0,0106	0,00	0,0000	0,2%	0,00
<b>TOTAL</b>						<b>0,0598</b>	<b>24,5%</b>	<b>0,11</b>

O primeiro procedimento do protocolo atual de amostragem é a coleta de amostra em campo. A massa total de material retirado pela perfuratriz é de 300 kg, de onde são coletados 10 kg para a próxima etapa. O  $d_{95}$  deste material é de aproximadamente 1 polegada (2,54 cm). Os dois próximos procedimentos adotados são etapas de cominuição, onde na britagem primária se obtém um material com  $d_{95}$  de 1,5 cm e na secundária, um material com  $d_{95}$  de aproximadamente 0,2 cm. Após as etapas de cominuição, todo o material é submetido a um processo de quarteamento em quarteador rotativo, onde se obtém uma alíquota de 500 g. Este material é então pulverizado até uma granulometria aproximada de 0,01 cm, e uma alíquota de 50 g é retirada para encaminhamento ao *fire assay*.

O valor do  $EST\ IH_L$  foi calculado a partir da Equação 5.4 para cada um dos diâmetros dos procedimentos adotados no protocolo. O valor da variância do erro fundamental  $s^2(FE)$  foi calculado segundo a fórmula de Gy:

$$s_{FE}^2 = \left( \frac{1}{M_S} - \frac{1}{M_L} \right) IH_L \quad (6.1)$$

onde  $M_L$  é a massa do lote do material em consideração, de onde a alíquota de massa  $M_S$  foi retirada, e o valor de  $IH_L$  utilizado foi o  $EST\ IH_L$  calculado pelo procedimento de Teste de Heterogeneidade.

Pode-se observar pela fórmula que só há a geração de variância quando  $M_L$  é diferente de  $M_S$ , ou seja, quando há retirada de alíquota de um dado lote inicial. Todos os procedimentos que envolvem apenas processo de cominuição, mantendo a massa constante, não são geradores de variância do erro fundamental. Assim, os processos que envolvem retiradas de alíquotas de uma dada massa inicial são sempre geradores de variância do erro fundamental, contribuindo para a variância total do protocolo de amostragem.

No protocolo atual de amostragem, observa-se que o desvio padrão total do erro fundamental é de 24,5%, valor muito acima do recomendado de 16%. Ao analisar individualmente os procedimentos do protocolo de amostragem, verifica-se que o alto valor de desvio padrão é gerado basicamente pela etapa de coleta da amostra primária.

## 6.2. Proposição de Novo Protocolo de Amostragem

A proposição de um novo protocolo de amostragem tem como objetivo diminuir o valor do desvio padrão do erro fundamental do protocolo atual, considerando algumas premissas básicas:

- A massa de material retirada pela perfuratriz por furo é sempre por volta de 300 kg, com diâmetro nominal de partícula de aproximadamente 1 polegada (2,54 cm);
- O material encaminhado para a pulverização deve ter massa máxima de 500 g, com diâmetro máximo de 0,2 cm;
- A massa máxima encaminhada para a análise em *fire assay* é de 50 g.

A partir das premissas básicas consideradas acima e da observação que a etapa crítica de amostragem do protocolo atual está na coleta de amostra, o novo protocolo de amostragem proposto é baseado na alteração da massa obtida na coleta de 10 kg para 30 kg, conforme mostra a TABELA 6.2 a seguir:

TABELA 6.2: Protocolo de amostragem proposto.

Etapa	Massa Inicial (g)	Massa Final (g)	$d_{a1}$ (cm)	$d_{a2}$ (cm)	$EST\ IH_L$	$s^2(FE)$	$s(FE)$ Relativo	$s(FE)$ Absoluto
1. Coleta de Amostra	300.000	30.000	2,54	2,54	603,70	0,0181	13,5%	0,06
2. Britagem Primária	30.000	30.000	2,54	0,8	-	0	0%	0
3. Britagem Secundária	30.000	30.000	0,8	0,2	-	0	0%	0
4. Quarteamento Rotativo	30.000	500	0,2	0,2	0,76	0,0015	3,9%	0,02
5. Pulverização	500	500	0,2	0,0106	-	0	0%	0
6. Retirada de Alíquota	500	50	0,0106	0,0106	0,00	0,0000	0,2%	0,00
<b>TOTAL</b>						<b>0,0196</b>	<b>14,0%</b>	<b>0,06</b>

Observa-se que a simples alteração da massa coletada a partir do material perfurado fez com que o desvio padrão gerado nesta etapa reduzisse de 24,2% para 13,5%, contribuindo para uma redução significativa do desvio padrão total de 24,5% para 14,0%, valor este menor que o recomendado de 16%.

### 6.3. Outros Protocolos de Amostragem Considerados

Outros protocolos de amostragem foram criados no intuito de se analisar o comportamento da variância gerada pela heterogeneidade do material, na tentativa de se reduzir o valor do desvio padrão total. Os protocolos de amostragem sugeridos neste item possuem valor de desvio padrão menores que o proposto no item anterior, mas apresentam algumas peculiaridades práticas que inviabilizam o seu uso.

O primeiro protocolo de amostragem considerado partiu do pressuposto de que um menor valor de variância seria gerado pela redução da massa de amostra somente pela metade, ou seja, o fator  $\left(\frac{1}{M_S} - \frac{1}{M_L}\right)$  seria o menor possível. Dessa forma, o valor de  $M_L$  é igual a duas vezes o valor de  $M_S$ . O protocolo sugerido seria tal como demonstrado na TABELA 6.3:

**TABELA 6.3:** Protocolo de amostragem proposto.

Etapa	Massa Inicial (g)	Massa Final (g)	$d_{n1}$ (cm)	$d_{n2}$ (cm)	EST III <sub>L</sub>	$s^2$ (FE)	s(FE) Relativo	s(FE) Absoluto
1. Coleta de Amostra	300.000	150.000	2,54	2,54	603,70	0,0040	6,3%	0,03
2. Cominuição	150.000	150.000	2,54	2,0	-	0	0%	0
3. Quarteamento	150.000	75.000	2,0	2,0	322,36	0,0021	4,6%	0,02
4. Cominuição	75.000	75.000	2,0	1,0	-	0	0%	0
5. Quarteamento	75.000	37.500	1,0	1,0	52,26	0,0007	2,6%	0,01
6. Cominuição	37.500	37.500	1,0	0,5	-	0	0%	0
7. Quarteamento	37.500	18.750	0,5	0,5	8,47	0,0002	1,5%	0,01
8. Cominuição	18.750	18.750	0,5	0,2	-	0	0%	0
9. Quarteamento	18.750	9.375	0,2	0,2	0,76	0,0000	0,6%	0,00
10. Cominuição	9.375	9.375	0,2	0,1	-	0	0%	0
11. Quarteamento	9.375	500	0,1	0,1	0,12	0,0002	1,5%	0,01
12. Cominuição	500	500	0,1	0,0106	-	0	0%	0
13. Quarteamento	500	50	0,0106	0,0106	0,00	0,0000	0,2%	0,00
<b>TOTAL</b>						<b>0,0074</b>	<b>8,6%</b>	<b>0,04</b>

O protocolo sugerido acima possui um desvio padrão relativo muito abaixo do proposto pela TABELA 6.2, porém, devem-se salientar alguns problemas:

- A massa de amostra coletada é metade da massa retirada pela perfuratriz, ou seja 150 kg, dificultando o transporte desse material para o laboratório de preparação de amostras;
- Os procedimentos laboratoriais são prejudicados pela massa de amostra, já que há a necessidade de armazenamento adequado;
- O número de etapas que compõem o protocolo de amostragem é maior, aumentando a chance de ocorrerem erros de preparação de amostra (perdas, contaminação etc.);
- Observa-se, que as etapas de quarteamento 7 e 11 produzem o mesmo desvio padrão, apesar de possuírem redução de massa de 50% e 95% respectivamente. Ao analisar a Equação 6.1, verifica-se que a variância  $s^2$ (FE) depende também do valor de  $EST\ III_L$ , e este, por sua vez, é maior devido ao maior diâmetro nesta etapa de quarteamento.

Desta forma, o segundo protocolo de amostragem considerado parte do pressuposto de que a redução de diâmetro é de extrema importância para reduzir o valor da variância gerada pela heterogeneidade constitucional do material. Assim, o novo protocolo sugerido é demonstrado na TABELA 6.4:

**TABELA 6.4:** Protocolo de amostragem proposto.

Etapa	Massa Inicial (g)	Massa Final (g)	$d_{n1}$ (cm)	$d_{n2}$ (cm)	EST $IH_L$	$s^2(FE)$	s(FE) Relativo	s(FE) Absoluto
1. Coleta de Amostra	300.000	150.000	2,54	2,54	603,70	0,0040	6,3%	0,03
2. Cominuição	150.000	150.000	2,54	0,5	-	0	0%	0
3. Quarteamento	150.000	10.000	0,5	0,5	8,47	0,0008	2,8%	0,01
4. Cominuição	10.000	10.000	0,5	0,1	-	0	0%	0
5. Quarteamento	10.000	500	0,1	0,1	0,12	0,0002	1,5%	0,01
6. Cominuição	500	500	0,1	0,0106	-	0	0%	0
7. Quarteamento	500	50	0,0106	0,0106	0,00	0,0000	0,2%	0,00
<b>TOTAL</b>						<b>0,0051</b>	<b>7,1%</b>	<b>0,03</b>

Observa-se que o protocolo sugerido acima possui um desvio padrão relativo ainda menor, porém com alguns fatores a serem ressaltados:

- A massa de amostra coletada em campo ainda é extremamente grande.
- O procedimento descrito pela etapa 2 do protocolo sugerido se trata de um processo de cominuição de 150 kg de material de diâmetro nominal de 2,54 cm para um diâmetro de 0,5 cm. Este procedimento pode ser custoso e demorado, já que se trata de uma amostra de massa elevada e é composto por uma cominuição com relação de redução relativamente grande.

Assim, pode-se concluir que o melhor e mais prático protocolo de amostragem ainda é o proposto no item 6.2, já que houve menor alteração em relação ao protocolo que já vinha sendo executado, diminuindo a chance de ocorrerem erros gerados pela introdução de novas etapas de preparação de amostras. O valor de desvio padrão gerado por este protocolo é maior em relação aos propostos acima, porém, sua execução é mais simples e adequada para o empreendimento mineiro analisado neste trabalho.

## 7. CONCLUSÕES

O erro fundamental, gerado em todas as etapas de amostragem e preparação de amostras, está especificamente relacionado à heterogeneidade constitucional de qualquer material ou minério e é o único erro que nunca pode ser anulado. Em outras palavras, é o menor erro existente para uma amostra coletada em condições ideais, e por isto é chamado de erro fundamental de amostragem.

Observando as Equações 5.4 e 3.11, pode-se verificar que a variância do erro fundamental é diretamente proporcional ao cubo do diâmetro nominal, o que explica os altos valores de desvio padrão encontrados na primeira etapa dos protocolos de amostragem. Nesta etapa de amostragem, os diâmetros nominais das amostras possuem valores maiores, o que faz com que o valor da constante de heterogeneidade constitucional  $EST\ IH_L$  seja muito maior, e como consequência, o valor da variância desta etapa também é maior. Pode-se observar que no protocolo de amostragem sugerido, a primeira e a sexta etapa foram compostas por uma redução de massa de 90%, porém, a primeira etapa ocasionou um desvio padrão de 13,5%, enquanto que a sexta etapa ocasionou um desvio padrão de 0,2%. Esta comparação destaca a importância de se analisar todo o processo de amostragem, considerando não somente a otimização dos procedimentos adotados em laboratório, mas também no processo de obtenção da amostra primária.

É importante ressaltar que os erros calculados a partir do teste de heterogeneidade se tratam apenas do erro fundamental (FE) gerado pela heterogeneidade do material, ou seja, nada garante que os outros erros que compõem o erro total de amostragem (TE) sejam minimizados pelo protocolo sugerido. Porém, um protocolo adequado de amostragem é o primeiro passo para a realização de todo um processo otimizado de amostragem, ou seja, garantindo um erro fundamental dentro de parâmetros adequados, pode-se então focar na minimização dos outros erros de amostragem.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHIEREGATI, A. C. **Reconciliação pró-ativa em empreendimentos mineiros**. São Paulo, 2007, 201p. Tese de doutorado. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- GY, P. **Sampling for analytical purposes**. 1<sup>a</sup> ed, 1998. Traduzido por A. G. Royle, John Wiley & Sons, West Sussex, Inglaterra.
- PEREIRA, J. L. **Práticas de reconciliação em um depósito de ouro com alta variabilidade**. São Paulo, 2008, 35p. Trabalho de Conclusão de Graduação – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- PITARD, F. F. **Pierre Gy's sampling theory and sampling practice: heterogeneity, sampling correctness, and statistical process control**. 2<sup>a</sup> ed., 1993. CRC Press.
- PITARD, F. F. **Review of sampling systems and sampling practices at Yamana Gold Inc. Operations in Brazil**. Março, 2004. Elaborado para Yamana Gold Inc.
- SALVADOR, F. A. S. **Análise comparativa de métodos de amostragem de depósitos auríferos**. 1994, São Paulo, 167p. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- YAMAMOTO, J. K. **Geoestatística aplicada**. São Paulo, IG/USP, 1992. Apostila do curso.